Vraag	Antwoord	Scores

De vergelijking van Antoine

1 maximumscore 4

- $\log 1 = 0$, dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ 1
- Dit geeft $\dfrac{1144}{T - 53{,}15} = 4{,}146$, dus $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ 1
- Hieruit volgt $T = 53{,}15 + \dfrac{1144}{4{,}146}$ ($\approx 329{,}1$) 1
- Het antwoord: 329 (kelvin) 1

2 maximumscore 3

- Als T toeneemt, neemt $T - 53{,}15$ toe en (omdat $T > 53{,}15$) neemt $\dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ af 1
- Dan neemt $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ toe, dus $\log P$ neemt toe 1
- Als $\log P$ toeneemt, neemt ook P toe (dus de functie is stijgend) 1

3 maximumscore 3

- $P = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}}$ 1
- Beschrijven hoe de waarde van $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ met de GR gevonden kan worden 1
- De gevraagde waarde van $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ is 0,011 (bar/kelvin) 1

of

- $P = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}}$ 1
- $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = 10^{4{,}146 - \frac{1144}{T - 53{,}15}} \cdot \ln 10 \cdot \dfrac{1144}{(T - 53{,}15)^2}$ 1
- ($T = 293$ invullen geeft) het antwoord 0,011 (bar/kelvin) 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 4**

- $\log \frac{p}{750} = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$ 1
- Hieruit volgt $\log p - \log 750 = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$ 1
- $a = \log 750 + 4{,}146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1
- $b = 273{,}15 - 53{,}15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

of

- $\log(750P) = a - \frac{1144}{T - 273{,}15 + b}$ 1
- $\log P = a - \log 750 - \frac{1144}{T - 273{,}15 + b}$ 1
- $a - \log 750 = 4{,}146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1
- $-273{,}15 + b = -53{,}15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

Vierkanten

5 **maximumscore 4**

- De oppervlakte van $OETS$ is $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2$ (of $1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$) 1
- $\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}$ en $\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- De oppervlakte van $OETS$ is $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ (of $1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$) 2

6 maximumscore 5

- $\overrightarrow{GC} = \begin{pmatrix} -1-\sin\alpha \\ \sin\alpha+\cos\alpha-1 \end{pmatrix}$ 1
- Lijn GC heeft vectorvoorstelling
  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\alpha+\cos\alpha+1 \\ 1 \end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix} -1-\sin\alpha \\ \sin\alpha+\cos\alpha-1 \end{pmatrix}$ 1
- Snijden met de y-as geeft $\sin\alpha+\cos\alpha+1+t\cdot(-1-\sin\alpha)=0$ 1
- $t=\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha+1}{\sin\alpha+1}$ 1
- $OP=1+t\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha-1)=1+\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha+1)\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha-1)}{\sin\alpha+1}$ 1

of

- Driehoek GCR is gelijkvormig met driehoek GPQ 1
- Hieruit volgt $\dfrac{PQ}{CR}=\dfrac{GQ}{GR}$ 1
- $GR=\sin\alpha+1$, $CR=\sin\alpha+\cos\alpha-1$ en $GQ=\sin\alpha+\cos\alpha+1$ 1
- Dit geeft $\dfrac{PQ}{\sin\alpha+\cos\alpha-1}=\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha+1}{\sin\alpha+1}$, ofwel
  $PQ=\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha-1)(\sin\alpha+\cos\alpha+1)}{\sin\alpha+1}$ 1
- Dus $OP=1+PQ=1+\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha+1)\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha-1)}{\sin\alpha+1}$ 1

7 maximumscore 4

- $(\sin\alpha+\cos\alpha-1)(\sin\alpha+\cos\alpha+1)=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1$ 2
- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ dus $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1=2\sin\alpha\cos\alpha$ 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin(2\alpha)$ dus $OP=1+\dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha+1}$ 1

8 maximumscore 6

- De hoogte van P is maximaal als OP maximaal is 1
- $\dfrac{\mathrm{d}OP}{\mathrm{d}\alpha}=\dfrac{2\cos(2\alpha)\cdot(\sin\alpha+1)-\sin(2\alpha)\cdot\cos\alpha}{(\sin\alpha+1)^2}$ 2
- Als OP maximaal is dan geldt $\dfrac{\mathrm{d}OP}{\mathrm{d}\alpha}=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden (voor $0<\alpha<\frac{1}{2}\pi$) 1
- De gevraagde waarde van α is 0,67 (rad) 1

Halverwege

9 maximumscore 4

- Noem de x-coördinaat van P' p, dan is de x-coördinaat van P $2p$ 1
- De y-coördinaten van P' en P zijn gelijk, ofwel $g(p) = f(2p)$ 1
- Dit geeft $g(p) = \mathrm{e}^{2p}$ 1
- Dus (omdat $\mathrm{e}^{2p} = (\mathrm{e}^2)^p$) $a = \mathrm{e}^2$ 1

of

- De grafiek van g is het beeld van de grafiek van f na vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met factor $\frac{1}{2}$ 2
- Dus $g(x) = \mathrm{e}^{2x}$ 1
- Dus (omdat $\mathrm{e}^{2x} = (\mathrm{e}^2)^x$) $a = \mathrm{e}^2$ 1

10 maximumscore 5

- De grafiek van h ontstaat door de grafiek van f eerst 1 omlaag te schuiven, dan te spiegelen in de lijn $y = x$ en daarna 1 omhoog te schuiven 1
- De grafiek van f 1 omlaag schuiven geeft $y = \mathrm{e}^x - 1$ 1
- Spiegelen van de grafiek van $y = \mathrm{e}^x - 1$ in de lijn $y = x$ geeft $x = \mathrm{e}^y - 1$ 1
- $x = \mathrm{e}^y - 1$ geeft $y = \ln(x+1)$ 1
- Dan 1 omhoog schuiven geeft $y = 1 + \ln(x+1)$ (dus $h(x) = 1 + \ln(x+1)$) 1

of

- Het spiegelbeeld van de grafiek van f in de lijn $y = x$ is de grafiek van $k(x) = \ln x$ 1
- De grafiek van h ontstaat door de grafiek van k 1 naar links en 1 naar boven te verschuiven 2
- Dus $h(x) = 1 + \ln(x+1)$ 2

of

- Het spiegelbeeld van de grafiek van f in de lijn $y = x$ is de grafiek van $k(x) = \ln x$ 1
- Het spiegelbeeld van de grafiek van f in de lijn $y = x + 1$ is de grafiek van $h(x) = a + \ln(x + b)$ 2
- De verticale asymptoot van de grafiek van h is $x = -1$, dus $b = 1$ 1
- De grafiek van h gaat door $(0, 1)$, dus $a = 1$ (dus $h(x) = 1 + \ln(x+1)$) 1

Rakende cirkel

11 **maximumscore 5**

Voor vraag 11 moeten altijd 5 scorepunten worden toegekend ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord. 5

12 **maximumscore 6**

Voor vraag 12 moeten altijd 6 scorepunten worden toegekend ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord. 6

Een eivorm

13 maximumscore 4

- Opgelost moet worden de vergelijking $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ — 1
- Dit geeft $x = 0$ of $87 - 3x - 2x^2 = 0$ — 1
- Uit $87 - 3x - 2x^2 = 0$ volgt $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{705}}{-4}$ — 1
- Het antwoord 5,89 (cm) — 1

14 maximumscore 4

- De inhoud is $\frac{1}{36}\pi \int_0^{5,9} (87x - 3x^2 - 2x^3)\mathrm{d}x$ — 2
- Een primitieve van $87x - 3x^2 - 2x^3$ is $\frac{87}{2}x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4$ — 1
- De gevraagde inhoud is 61 (cm^3) — 1

Opmerking
In plaats van 5,9 mag ook een nauwkeuriger waarde van de bovengrens, bijvoorbeeld 5,89, genomen zijn.

15 maximumscore 4

- Voor $0 \leq t \leq \pi$ geeft de parametervoorstelling de rechterhelft van een cirkel met middelpunt (4, 0) en straal 2 (cm) — 1
- Voor $\pi \leq t \leq 2\pi$ geeft de parametervoorstelling de linkerhelft van cirkel met middelpunt (4, 0) en straal 2 (cm) die horizontaal is uitgerekt met factor 2 ten opzichte van de lijn $x = 4$ — 1
- De lengte van het ei is 2 + 4 = 6 (cm) — 1
- De breedte is 4 (cm) — 1

Driehoek bij een vierdegraadsfunctie

16 maximumscore 8

- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ 1
- $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ 1
- Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
- Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ 1
- $OA = AB$ als $x_A^{\ 2} + y_A^{\ 2} = (2x_A)^2$ 1
- $y_A^{\ 2} = 3\,x_A^{\ 2}$ geeft $\left(\frac{1}{p}\right)^2 = 3\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$

  (of: $x_A^{\ 2} + y_A^{\ 2} = (2x_A)^2$ geeft $\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \left(2\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$, dus $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = 4 \cdot \frac{1}{p}$) 1
- Dit herleiden tot $3p^2 = p$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ 1

of

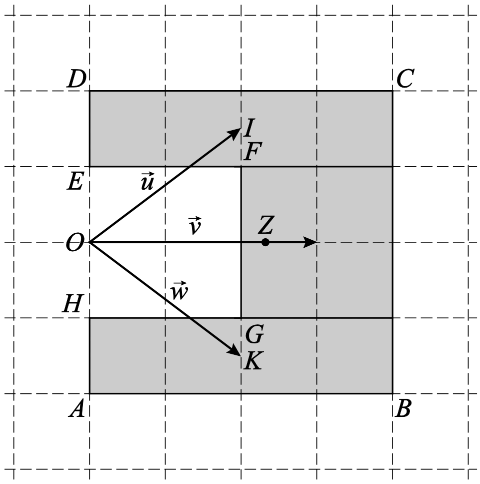
- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ 1
- $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ 1
- Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
- Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ 1
- Dus $\frac{y_A}{x_A} = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
- Uit de symmetrie van de grafiek van f_p in de y-as volgt $OB = OA$, dus vanwege $OA = AB$ is driehoek OAB gelijkzijdig 1
- Dus $\frac{y_A}{x_A} = \tan 60° = \sqrt{3}$ 1
- Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Zwaartepunt

17 maximumscore 5

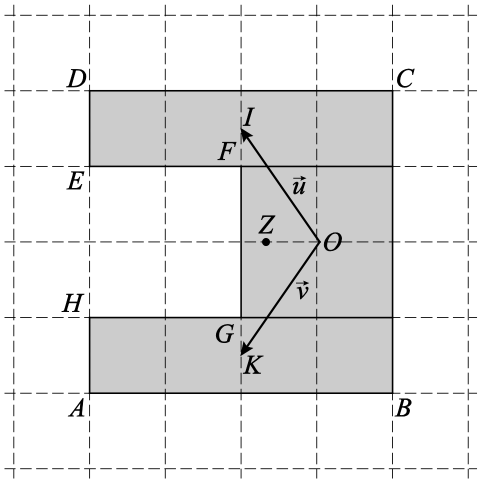
- Het verdelen van het gebied in drie rechthoeken met gelijke oppervlakte en in elk gebied de bijbehorende puntmassa aangeven 1
- Het tekenen van drie vectoren $\vec{u}$, $\vec{v}$ en $\vec{w}$ zoals bijvoorbeeld hieronder 1



- Voor elke vector is de wegingsfactor $\frac{1}{3}$ 1
- Het zwaartepunt is eindpunt van de vector $\frac{1}{3}\left(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}\right)$ 1
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1

of

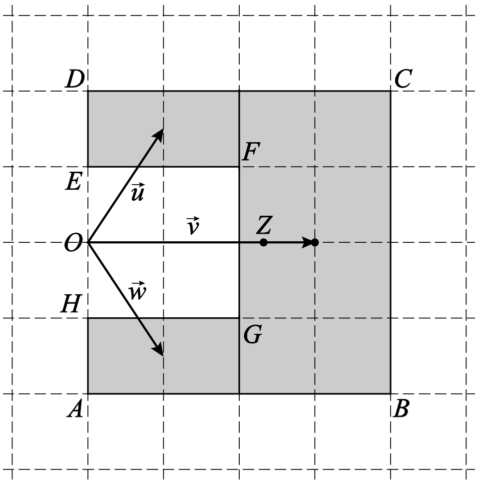
- Het verdelen van het gebied in twee rechthoeken met gelijke oppervlakte en in elk gebied de bijbehorende puntmassa aangeven 1
- Het tekenen van twee vectoren $\vec{u}$ en $\vec{v}$ zoals hieronder aangegeven 1



- Voor elke vector is de wegingsfactor $\frac{1}{3}$ 1
- Het zwaartepunt is eindpunt van de vector $\frac{1}{3}\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$ 1
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1

of

- Het verdelen van het gebied in drie rechthoeken met verschillende oppervlakte en in elk gebied de bijbehorende puntmassa aangeven 1
- Het tekenen van drie vectoren $\vec{u}$, $\vec{v}$ en $\vec{w}$, bijvoorbeeld zoals hieronder 1



- Omdat de oppervlaktes zich verhouden als 1 : 4 : 1 is het zwaartepunt eindpunt van de vector $\frac{1}{6}\vec{u}+\frac{4}{6}\vec{v}+\frac{1}{6}\vec{w}$ $(=\frac{1}{6}\vec{u}+\frac{2}{3}\vec{v}+\frac{1}{6}\vec{w})$ 2
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1

of

- Verdelen van het gebied in drie rechthoeken met verschillende oppervlakte en in elk gebied aangeven van de puntmassa, zoals bijvoorbeeld hierboven 1
- Kiezen van een oorsprong en geven van de kentallen van de drie vectoren van deze oorsprong tot de puntmassa's, bijvoorbeeld $\vec{u}=\begin{pmatrix}1\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix}$ en $\vec{w}=\begin{pmatrix}1\\ -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ 1
- Omdat de oppervlaktes zich verhouden als 1 : 4 : 1 is het zwaartepunt eindpunt van de vector $\frac{1}{6}\vec{u}+\frac{4}{6}\vec{v}+\frac{1}{6}\vec{w}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}+\frac{4}{6}\begin{pmatrix}3\\ 0\end{pmatrix}+\frac{1}{6}\begin{pmatrix}1\\ -\frac{3}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\frac{1}{3}\\ 0\end{pmatrix}$ 2
- Het tekenen van het zwaartepunt Z 1